

Arithmetik/ Algebra 1

Lösungen:

$$1. \quad a) \quad \frac{6a+18-ab-3b}{a^2+6a+9} = \frac{(a+3)(6-b)}{(a+3)^2} = \frac{6-b}{a+3}$$

Faktorisieren ½ Punkt und Lösung ½ Punkt.

$$b) \quad \frac{x+1}{x-2} - \frac{x+2}{x+3} = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)(x+3)} - \frac{(x+2)^2}{(x+3)(x+2)} = \frac{(x+1)(x+3) - (x+2)^2}{(x+3)(x+2)} = \frac{x^2+4x+3-x^2-4x-4}{(x+3)(x+2)} = \frac{-1}{(x+3)(x+2)}$$

Erweiterung ½ Punkt und Lösung ½ Punkt.

2.

$$25 + \frac{a}{10} - 5$$

$$25 + a : 10 - 5$$

$$25 + (a : 10) - 5$$

$$\frac{25 + a}{10 - 5}$$

$$25 + a : (10 - 5)$$

$$25 + \frac{a}{10 - 5}$$

$$(25 + a) : (10 - 5)$$

$$(25 + a : 10) - 5$$

$$25 + (a : 10 - 5)$$

4 mal pink = 1 Punkt
 2 mal gelb = 0.5 Punkte
 2 mal blau = 0.5 Punkte

3. An der Reise nehmen 17 Kinder teil.

Für diese vier Elemente wird je ein halber Punkt vergeben:

- **Es wird ein Verfahren gewählt, das zum Ziel führen kann (siehe unten).**
Konkrete mögliche Indikatoren (als „oder“ verstanden!):
 - ein möglicher Ansatz wird beschrieben
 - ein möglicher Ansatz wird sichtbar gewählt
- **Erste korrekte Schritte in diesem Verfahren und logische Schlussfolgerungen**
Mögliche Indikatoren:
 - Z.B. $27E + 1K = 935.75$ gibt und $1 E = 4 K$, wenn man also 1 E weglässt, kommen 4 K dazu.
 - Bei verschiedene Kombinationen z. B. $40E/0K$, $39E/1K$ werden Preise berechnet und korrekte Schlussfolgerungen gezogen.
 - Gleichung wird korrekt aufgestellt.
 - Etc.
- **Durchziehen des Verfahrens bis zur Lösung.** Diesen halben Punkt gibt es auch, wenn irgendwo ein dummer Rechnungsfehler auftritt (und dadurch keine Lösung gefunden wird).
Mögliche Indikatoren:
 - z. B. $26E + 5K$, $25E + 9K$, $24E + 13K$, $23E + 17K$. Mögliche Fehler: $26E + 5K$, $25E + 10K$, $24E + 14K$, $23E + 18K$ -> keine Lösung.
 - Gleichung umformen und lösen.
 - Dieser halbe Punkt kann auch vergeben werden, wenn eine falsche Gleichung aufgestellt wurde, diese dann aber richtig gelöst wird oder wenn die Umformung kleine Fehler enthält (z. B. einmal + und – falsch oder Rechnungsfehler).
- **Korrekte Lösung.** Diesen halben Punkt gibt es nur, wenn ersichtlich ist, wie die Lösung ermittelt wurde.

Mögliche Verfahren:

- Eine Annahme weglassen (ca. 40 Personen) und eine Lösung finden (zb $953.75/35 =$ ungefähr 27 Erw., $953.75 - 27 \cdot 35 = 8.75$, also 27 E, 1 K ist eine Lösung).
Danach mit logischen Schlussfolgerungen ($1 E = 4 K$) schrittweise ($26 E + 5K$, $25 E + 9K$ etc.) auf die richtige Lösung kommen.
- Rückwärts vorgehen: Annahme: 30 Erw, 10 Kinder, Preis ausrechnen und mit logischen Schlüssen Anzahl der Personen anpassen.
- Systematisch vorgehen: alle Kombinationen von $40E/0K$ bis $0E/40K$ durchrechnen (allenfalls nur Ausschnitte davon)
- Graph zeichnen: $\text{Preis} = 35 \cdot x + 8.75(40 - x) = 26.25x + 3500$ und schauen, bei welchem x er bei 953.75 durchgeht.

- Gleichung aufstellen (eher schwierig, da eigentlich Gleichungssystem mit 2 Unbek.)

x: Anzahl Kinder 40-x: Anzahl Erwachsene

$$\frac{1}{4} \cdot 35 \cdot x + 35(40 - x) = 953.75$$

$$8.75x + 1400 - 35x = 953.75$$

$$-26.25x = -446.25$$

$$x = 17$$

- Evtl. weitere Verfahren

Kein stringentes, zielführendes Verfahren: Einfach zufälliges, systemloses Ausprobieren (ohne z. B. Schlüsse aus Berechnungen zu ziehen, vgl. 2. Vorgehensweise in der Liste) von verschiedenen Zahlen.

4. a)

$$4x(x-1) - (2x+3)^2 = 1$$

$$4x^2 - 4x - (4x^2 + 12x + 9) = 1$$

$$4x^2 - 4x - 4x^2 - 12x - 9 = 1 \quad 1 \text{ Punkt}$$

$$-16x = 10$$

$$x = \frac{-10}{16} = -\frac{5}{8}$$

b)

$$\frac{x}{3} + 6 = 5$$

$$\frac{x+18}{3} = \frac{15}{3} \quad 1 \text{ Punkt}$$

$$x+18 = 15$$

$$x = -3$$

5. a) Lösung Prozente:

$$100 - (100 \cdot 0.85 \cdot 0.8) = 32g$$

100g frische Zwetschgen ergeben 32g gedörrte Zwetschgen (½ Punkt)

$$\frac{1800 \cdot 100}{32} = 5'625g \quad \text{Endresultat: 5.625kg}$$

Man braucht 5.625kg frische Zwetschgen um 1.8kg gedörrte Zwetschgen zu erhalten. (½ Punkt)

b) Lösung Zinsen (ergibt je ½ Punkt, direkt 1 Punkt)

Der Kaufpreis beträgt rund CHF 4545.45

Der Neupreis beträgt CHF 11'363.65

6. Nur vollständig richtig je 1/2 Punkt .

a) $2a + 3b - (3a - 2b - (a + b)) = 2a + 3b - (3a - 2b - a - b) = 2a + 3b - 3a + 2b + a + b = 6b$

b) $(y - 3)(y + 3) + 9 = y^2 - 9 + 9 = y^2$

c) $4xy - (2x - y)^2 = 4xy - (4x^2 - 4xy + y^2) = -4x^2 + 8xy - y^2$

d) $\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{a} \cdot a \cdot a^2 = \sqrt{a^4} \cdot a^3 = a^2 \cdot a^3 = a^5$

7.

a) 45 Liter

b) 40 Liter : 500km = 0.08 l/km → pro 100 km: 8 Liter

c) Auf der 1. Teilstrecke zwischen 0 und 200 km.

Dort ist das Gefälle des Graphen am kleinsten, d.h. der Inhalt des Tanks nimmt pro km am wenigsten schnell ab.

d) (5+40+25) Liter : 1000 km = 0.07 l/km → pro 100 km: 7 Liter

Der Benzinverbrauch auf der Gesamtstrecke beträgt 7 Liter pro 100 km

Korrektur: 2 Punkte: jede Teilaufgabe je 1/2 Punkt .

8 a) Beispiel: Lösungsweg mit Tabelle

	1	2	3	4	5
1	X	✓	✓	✓	✓
2	X	X	✓	✓	✓
3	X	X	X	✓	✓
4	X	X	X	X	✓
5	X	X	X	X	X

Daraus folgen **10** Spiele

0.5 Punkt

b) Beispiel: Lösungsweg mit Tabelle

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
2	X	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
3	X	X	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
4	X	X	X	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓
5	X	X	X	X	X	✓	✓	✓	✓	✓
6	X	X	X	X	X	X	✓	✓	✓	✓
7	X	X	X	X	X	X	X	✓	✓	✓
8	X	X	X	X	X	X	X	X	✓	✓
9	X	X	X	X	X	X	X	X	X	✓
10	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Daraus folgen **45** Spiele

0.5 Punkt

- c) Die Aufgabe kann wieder mit einer Tabelle gelöst werden oder man leitet durch die vorgängigen Aufgaben die Formel her:

$$k = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{60 \cdot (60-1)}{2} = \mathbf{1770}$$

Mögliche Begründung zur Formel:

Ein Teilnehmer spielt gegen jeden einmal, daraus folgen $n-1$ Spiele für den Teilnehmer. Multiplizieren wir diese Anzahl Spiele mit der Anzahl Teilnehmer $n(n-1)$, erhalten wir doppelt so viel Spiele, da jeder zweimal gegeneinander spielen würde. Somit muss man noch durch zwei dividieren.

1 Punkt